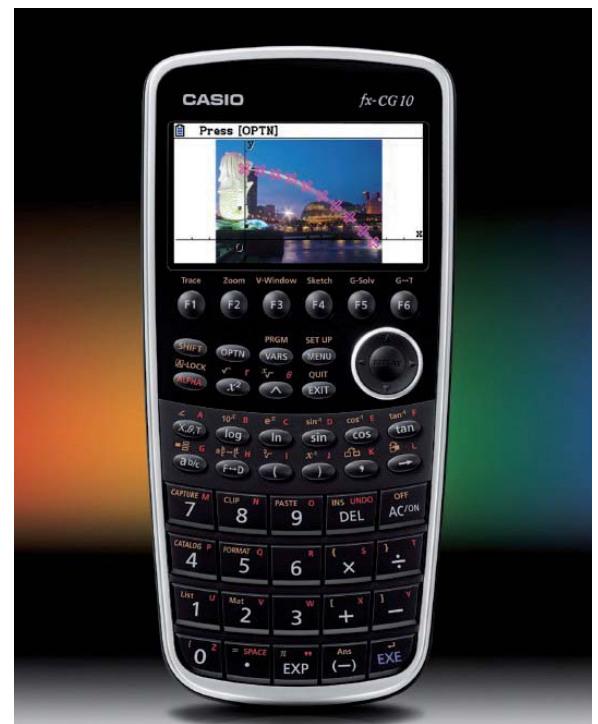




Arena for skandinaviske realfaglærere

..... Siste nytt

Casio lanserte i oktober 2010 **FX-CG20**
En fullfarge lommeregner med mange nye spennende
funksjoner.



Kan likningssett med to ukjente gjøres mer spennende?

Av: Tor Andersen – Matematikksenteret/NTNU

Hypergeometrisk fordeling..

Av: Bjørn Bjørneng

Arealberegning Sødermalm

Av: Kjell Skajaa

Produktnyheter fra Casio FX-82ES Plus og FX-991ES Plus..

Ny hjemmeside.....
www.casio-skoleregnere.no

Kommer... Nytt opplæringshefte for FX-CG20.

Last ned "Gratis" opplæringshefter. Du finner de på :
www.casio-skoleregnere.no



På Facebook:



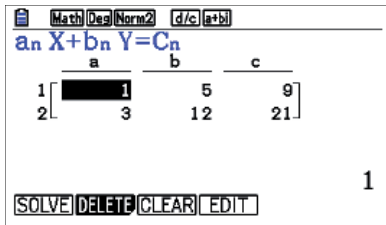
Casio har alle
løsningene !

Kan likningssett med to ukjente gjøres mer spennende?

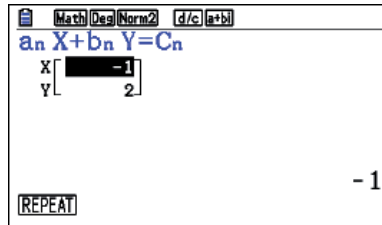
Av: Tor Andersen – Matematikksenteret/NTNU

Likningssett med to ukjente ender ofte opp som et typisk instrumentalistisk tema i matematikkundervisningen. Elevene bolttrer seg i metoder. Heldigvis går det stort sett bra med addisjonsmetoden, innsetningsmetoden og grafisk løsning. Men kan dette emnet skape undring og gi næring til forskertrang? Kan bruk av digitale verktøy gjøre det mulig å oppdage sammenhenger som ellers ville vært for tidkrevende å utforske? Vi tenker oss en matematikktime der Camilla og Espen har løst hvert sitt likningssett med to ukjente.

Camilla har løst følgende likningssett på lommeregneren sin.



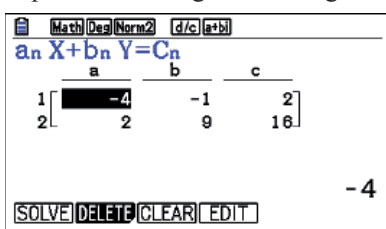
Skjerm 1



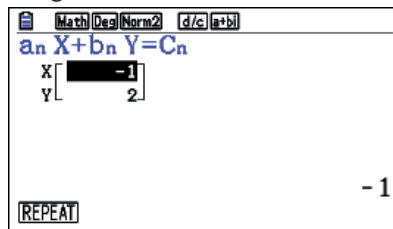
Skjerm 2

Skjerm 2 viser at løsningen er $(-1, 2)$.

Espen har løst følgende likningssett på lommeregneren sin.



Skjerm 3

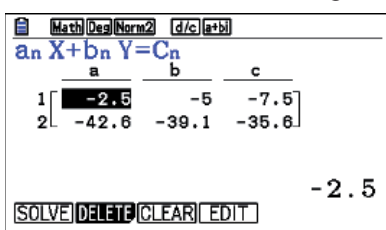


Skjerm 4

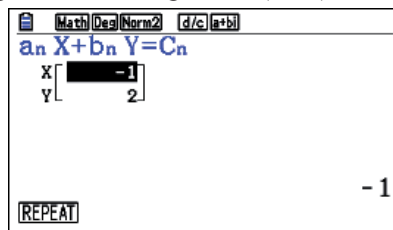
Skjerm 4 viser at Espen får samme svar som Camilla. Hvorfor? Har det noen hensikt å forfølge et resultat som tilsynelatende er tilfeldig?

En observant lærer vil kunne fortelle Camilla og Espen at hun/han kan masseprodusere likningssett med to ukjente som alle får løsningen $(-1, 2)$.

Læreren demonstrerer med følgende likningssett der løsningen blir $(-1, 2)$.



Skjerm 4



Skjerm 5

Hva er det disse tre likningssettene har til felles? Ett eller annet må det vel være som gjør at likningssettene har samme løsning?

Vi systematiserer og får at:

		Camilla			
		a	b	c	Koeffisient d
Likning I		1	5	9	4
Likning II		3	12	21	9
		Espen			
		a	b	c	Koeffisient d
Likning I		-4	-1	2	?
Likning II		2	9	16	?

Koeffisientene danner aritmetiske tallfølger. I for eksempel likning I for Camilla er $a_1 = 1$ og $d = 4$.

I likning II for Camilla er $a_1 = 3$ og $d = 9$. Hva er første ledd og differensen i tallfølgene i likningene til Espen?

Læreren produserer derfor følgende likningssett.

$$I: -2,5x - 5y = -7,5$$

$$II: -42,6x - 39,1y = -35,6$$

Sjekk at $-2,5, -5, -7,5$ og $-42,6, -39,1, -35,6$ er aritmetiske tallfølger.

Nå kan du produsere et eget likningssett med to ukjente som du med sikkerhet vet vil få løsningen $(-1, 2)$.

Men hvorfor? La oss se på det generelle tilfellet. Da har vi at.

$$I: ax + (a + d)y = a + 2d$$

$$II: cx + (c + D)y = c + 2D$$

Vi velger å løse likningssettet ved hjelp av addisjonsmetoden og får etter å ha multiplisert likning I med a og likning II med c følgende.

$$I: \quad acx + (a + d)cy = ac + 2cd$$

$$II: \quad acx + (c + D)ay = ac + 2aD$$

$$I - II: \quad acy + cdy - acy - aDy = ac + 2cd - ac - 2aD \Rightarrow (cd - aD)y = 2(cd - aD) \Rightarrow y = 2$$

$y = 2$ innsatt i likning I gir at

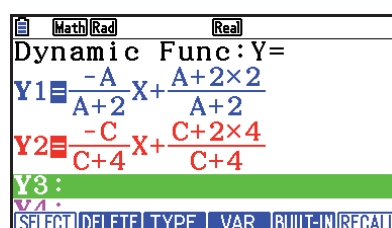
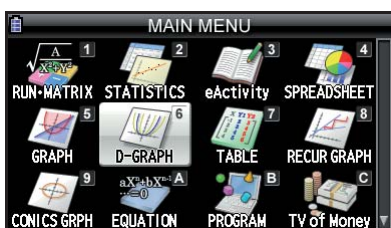
$$ax + (a + d)2 = a + 2d \Rightarrow ax + 2a + 2d = a + 2d \Rightarrow ax = -a \Rightarrow x = -1$$

Hva betyr så dette grafisk? De lineære funksjonene f og g gitt ved $f(x) = -\frac{a}{a+d}x + \frac{a+2d}{a+d}$ og

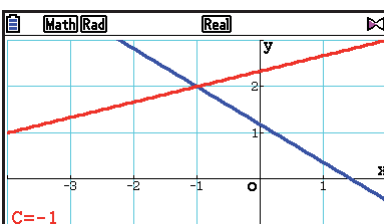
$$g(x) = -\frac{c}{c+D}x + \frac{c+2D}{c+D}$$
 vil skjære hverandre i $(-1, 2)$ for alle verdier for a, d, c og D .

Vi kan også si at de to grafene roterer rundt $(-1, 2)$ når parametrene endrer verdier.

Denne spennende rotasjonen kan vi oppleve på den nye Colour Graph lommeregneren fra CASIO.



Vi velger D-GRAPH på CASIO fx -CG 10.

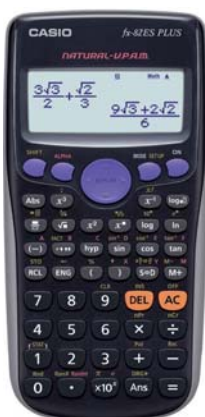


Lett å skille Y1 og Y2 ved hjelp av farger. Så kan elevene kose seg med en rød og en blå graf som for alle verdier for parametrene, vil gå gjennom $(-1, 2)$. Det er moro med rotasjon - på skjermen. På papiret og på tavla står verden helt stille.

Når $x = -1$ og $y = 2$ får vi at $ax + (a + d)y = a(-1) + (a + d)2 = -a + 2a + 2d = a + 2d$.

Så er det ganske opplagt allikevel. Utfordringen blir å masseprodusere likningssett med to ukjente som alle får en annen felles løsning enn $(-1, 2)$. Hmm...?

Produktnyheter!



FX-82ES Plus

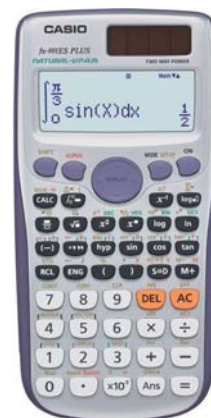
En ny utgave FX-82ES Plus er lansert og denne er nå tilgjengelig i butikkene. Største endring er design men også noen nye funksjoner er lagt til.

RanInt: heltallsgenerator
Fact: primtallsfaktorisering
Brøkinntastingsmetode

FX-991ES Plus

En ny utgave FX-991ES Plus er også lansert. Denne modellen kommer inn som erstatning for den utgåtte modellen FX-115MS.

Minne av tidligere oppgaver
 24 parentesnivåer, Variabelminne (9)
 STO/RCL-tast for lagring og fremhenting av data
 Statistikk, Likningsløser
 Numerisk integrasjon, Numerisk differensial
 Kalkulaskjon med komplekse tall
 Base-n kalkulasjon
 Matriser, Vektorer
 40 Vitenskapelige konstanter
 20 Metriske omregninger
 Naturlig inntasting



HYPERGEOMETRISK FORDELING PÅ CASIOS KALKULATOR.

Av Bjørn Bjørneng

Som lærere må vi være svært så glade for oppvakte elever som stiller spørsmål. På Nord-Gudbrandsdal vgs avdeling Lom har noen elever eksperimentert med den nye FX-9860 GII kalkulatoren. Slike elever er snart mangelvare og må tas godt vare på. De satt fast når det gjaldt den hypergeometriske fordeling som de finner i statistikkmode. Vi har valgt å vise løsningen på den nyeste modellen FX-CG20



Hva betyr x, n, M og N i denne menyen? Læreren er ærlig og sier at dette vet han ikke, og sendte spørsmålet videre til meg. Etter litt prøving og feiling fant vi ut følgende: Kalkulatoren behandler hypergeometrisk fordeling med bare to valg.

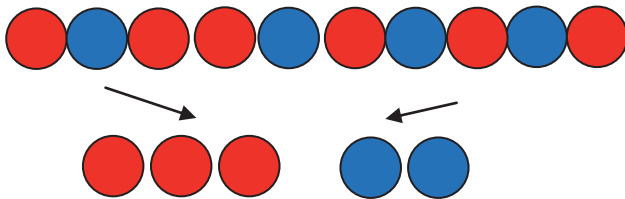
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1				
2				
3				
4				

POISSON GEO HYPRGEO

EKSEMPEL: Vi har 6 røde og 4 blå kuler; til sammen 10 kuler. Vi skal plukke helt tilfeldig 5 kuler og skal bestemme sannsynligheten for at vi plukker 3 røde og 2 blå kuler. Da er x antall røde kuler som plukkes, n er totale antallet vi plukker. M er antall røde kuler totalt og N er totale antall kuler.

Hypergeometric P.D	
Data	Variable
x	: 3
n	: 5
M	: 6
N	: 10
Save Res	: None

List Var



Vi legger antall røde (x) på liste 1 og antall blå på liste 2 (n-x). Vi plasserer sannsynligheten på liste 3

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	røde	blå	sans	
1	1	4	0.0238	
2	2	3	0.2619	
3	3	2	0.738	
4	4	1	0.9761	

GRAPH CALC TEST INTR DIST

Fra en samling med M røde kuler og N-M blå kuler skal vi plukke n kuler. Hva er sannsynligheten for at x er røde og n-x er blå.

$$\frac{\binom{M}{x} \cdot \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

På standard måte finner vi svaret slik:

Vi regner ut for vårt eksempel på to måter:

Hypergeometric P.D	
Data	Variable
x	: 3
n	: 5
M	: 6
N	: 10
Save Res	: None

List Var

Hypergeometric P.D	
p=	0.47619047

Math	
6C3x4C2	
10C5	0.4761904762

JUMP DELETE MAT MATH

Det kan være morsomt å utnytte mulighetene vi har til å legge resultatene ut på lister. Da kan x variere fra 1 til 5 (Vi kan plukke fra 1 til 5 røde kuler) Da vil antall blå kuler variere mellom 4 og 0.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	røde	blå		
1	1	4	0.0238	
2	2	3	0.238	
3	3	2	0.4761	
4	4	1	0.238	
5	5	0	0.0238	

GRAPH CALC TEST INTR DIST

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	røde	blå		
3	3	2	0.4761	
4	4	1	0.238	
5	5	0	0.0238	
6				1

Sum Prod Cuml % ΔList

Hypergeometric P.D	
Data	List
List	: List1
n	: 5
M	: 6
N	: 10
Save Res	: List3

List Var

Her får vi en oversikt over sannsynligheten for alle mulige fordelinger mellom røde og blå kuler. Sum av alle sannsynlighetene er 1.

Tilsvarende for en kumulert liste:

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	røde	blå		
2	2	3	0.238	0.2619
3	3	2	0.4761	0.738
4	4	1	0.238	0.9761
5	5	0	0.0238	1

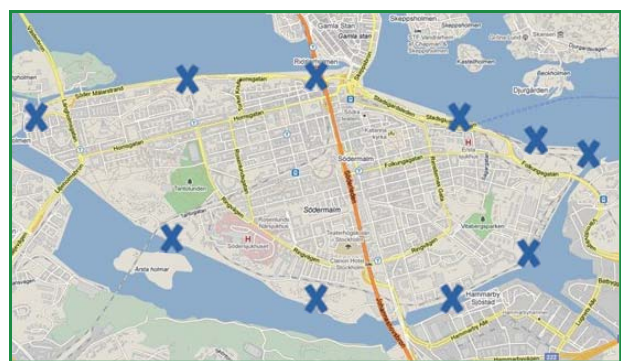
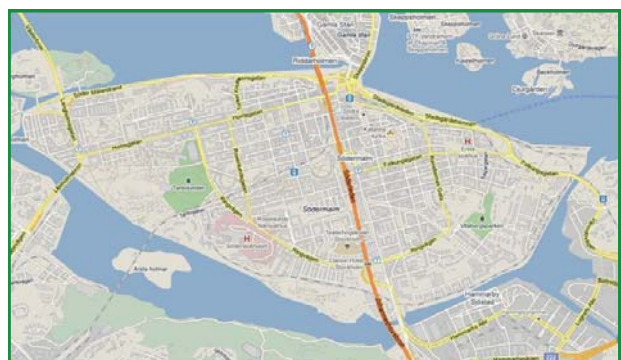
Sum Prod Cuml % ΔList

Sannsynligheten for mindre enn 3 røde kuler eventuelt flere enn 2 blå er 0,2619

Vi bestemmer arealet av Södermalm i Stockholm.

Av: Kjell Skajaa

For en tid tilbake skulle vi holde presentasjon av den nye grafiske modellen FX-CG20 for lærer i Stockholm. Etter en ide fra Tyskland fant vi å skulle beregne arealet av øyen ”Södermalm” i Stockholm sentrum. Kart ble funnet på Google og dette ble limt inn i en powerpointpresentasjon. Vi satte av en passende cm målestokk og vi laget oss en tabell av dette. På samme internettside ble det også funnet den korrekte totallengde og høyde for kart. Dette vil vi bruke som en faktor for våre utregninger.



Opggaven som ble gitt var følgende :

1. Finn to funksjoner som passer med nordre og sødre strandlinje på en tilnærmet måte.
2. Beregn arealet mellom de to strandlinjer ut fra grafiske funksjoner .

	List 4	List 5	List 6	List 7
SUB				
1	0	11	11	
2	7	6	13	
3	15	2.5	13	
4	20	2.8	11.5	

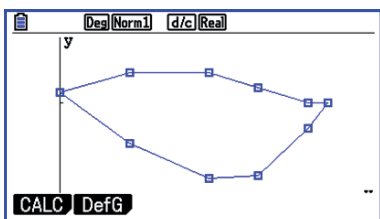
	List 4	List 5	List 6	List 7
SUB				
1	0	11	11	
2	7	6	13	
3	15	2.5	13	
4	20	2.8	11.5	

```

StatGraph1
Graph Type :xyLine
XList      :List4
YList      :List5
Frequency  :1
Mark Type  :□
Color Link :X&Y
    
```

```

StatGraph1 :DrawOff
StatGraph2 :DrawOn
StatGraph3 :DrawOn
    
```



Velg en regresjonstype etter at grafene er tegnet. Når du trykker F1 (calc) kommer alle valgmulighetene for kurvetilpassning frem. Vi har valgt en tredjegradsfunksjon for nedre strandlinje og en fjerdegrads for øvre strandlinje

```

QuartReg
a =7.0263E-05
b =-3.223E-03
c =0.02554516
d =0.23975697
e =11.0011026
r²=0.99965343
    
```

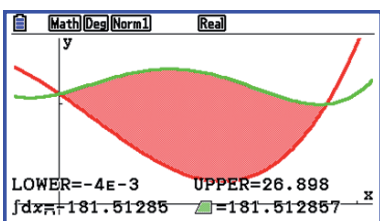
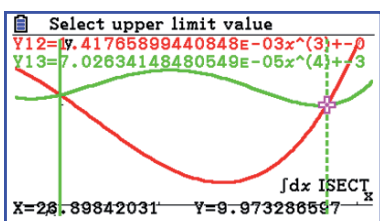
```

Graph Func :Y=
Y12=1.4176589944[-]
Y13=7.0263414848[-]
Y14: [-]
Y15: [-]
Y16: [-]
    
```

Etter regresjonskalkulasjon kan du kopiere regresjonsdata til en ledig funksjon i graf meny.

Trykk F5(Copy) og velg en ledig funksjonsplass mellom Y1 og Y20

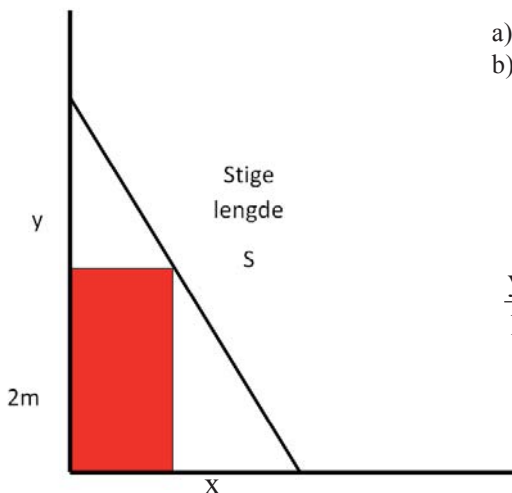
Når funksjonene er lagt inn gjøres disse aktive ved å trykke F1(SEL)



Vi overfører grafbilde til vår presentasjon og legger det på topp av bilde. Arealet som ble regnet ut er et mål angitt i cm målt direkte på kart. En omregningsfaktor er derfor nødvendig. 1cm² tilsvarer 31246m². Arealet på Södermalm er derfor 181.51 x 31246 gir **5671461m²**. Angitt på nett **5710000 m²**

Dette er en typisk kalkulatoroppgave. Av: Bjørn Bjørneng

En kasse på 1X2 m er plassert inntil en loddrett vegg. En stige med lengde s står inntil veggen slik at den akkurat berører kassa.



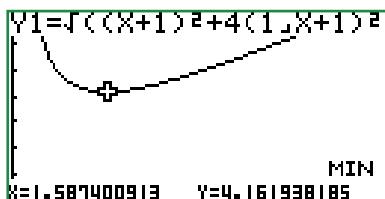
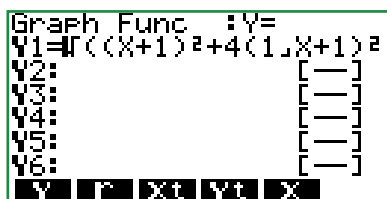
- a) Bestem den minste lengden s som stigen kan ha som gjør dette mulig.
- b) Bestem x og y når lengden av stigen er 5 m.

Forslag til løsning.

Stigens lengde s uttrykt ved x :

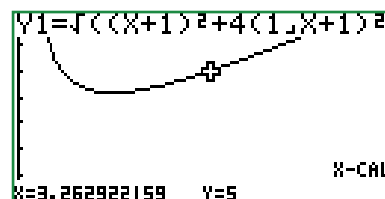
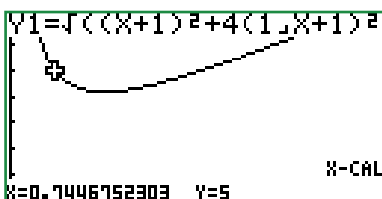
$$\frac{y}{1} = \frac{2}{x} \quad ; \quad y = \frac{2}{x} \quad s = \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + 4\left(\frac{1}{x}+1\right)^2}$$

Dette løses på kalkulatoren i grafmode.



Stigens minste lengde 4,16 m for $x = 1,58$ m

For å bestemme x når lengden er 5 m benyttes x-calc



To løsninger $x = 0,74$ m og $y = 2,69$ eller $x = 3,26$ og $y = 0,61$

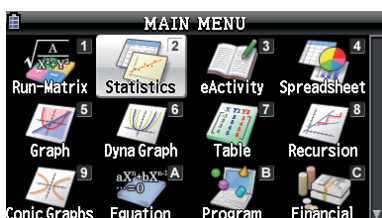
Utfordring: Er det mulig finne løsningen ved vanlig matematisk analyse.

CASIOS NYE GRAFISKE KALKULATOR FX-CG20. Av: Bjørn Bjørneng

Vi har nå, i noen år, hatt erfaring med bruk av PC i undervisningen og erfaringene er nok delte. I noen fag er PC kommet for å bli og blir brukt i de fleste timene. Vi lærere må nok erkjenne at vi noen ganger (ofte) taper kampen om elevens oppmerksomhet når de sitter med en oppslått PC foran seg. Vi har små muligheter til å kontrollere hva de er opptatt av og mulighetene er mange. I realfagene har mange skoler gjort seg avhengig av PC-bruk ved at elevene har en emulator lagt inn på PC og er svært avhengig av denne til alle slags utregninger. Mange elever har funnet ut at det er tungvint og også tidkrevende å starte opp en PC for en enkel utregning og har skaffet seg en håndholdt kalkulator på egenhånd.

Til bruk i realfagene på studieforbereende klasser har Casio introdusert en helt ny kalkulator i tillegg til eksisterende FX-9860GII serie, nemlig FX-CG20. Denne kalkulatoren har imponert meg, og det blir noen timers arbeid å sette seg inn i de mange muligheter denne byr på.

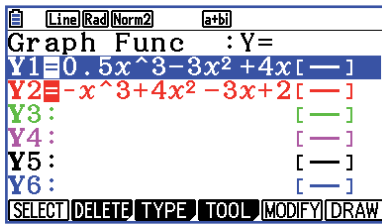
Det første som imponerer meg er en smakfull design, og som alltid tydelige knapper og et nytt utseende på visnings-skjermen.



Vi ser at det er 19 forskjellige menyvalg. Heldigvis er det mange vi kjenner igjen fra tidligere modeller men noen er nye. Måten kalkulatoren er organisert på gjør at overgang fra 9860/9850 modellene til den nye går veldig greit.

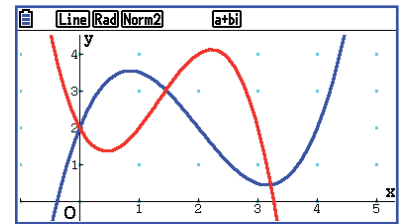
Kalkulatoren kan brukes selvstendig, men kan også enkelt kobles til PC med muligheter for dumping av skjermbilder ved skriving av rapporter med mer og ikke minst at skjermbildet kan overføres til en prosjektør i klasserommet. Det følger med kabel til å koble to kalkulatorer sammen og en kabel til kommunikasjon med PC, en CD med nyttig informasjon og hvorfra du laster ned programmet screen-receiver som du må ha for kommunikasjon PC-kalkulator og instruksjonshefter (pdf) for kalkulatorens software og hardware mm.

I denne første presentasjonen vil jeg vise en nyhet i menyvalget Graph.

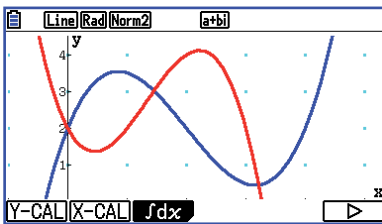


Som Y1 setter jeg inn $0.5x^3 - 3x^2 + 4x + 2$ og som Y2 $-x^3 + 4x^2 - 3x + 2$

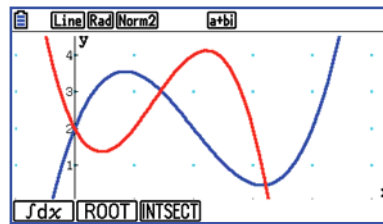
Grafene blir nå tegnet med bedre oppløsning enn tidligere og med hver sin farge.



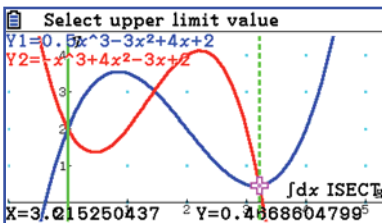
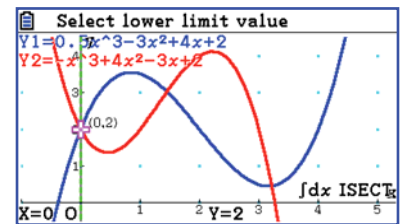
Oppgave: Bestem arealet som avgrenses av grafene:



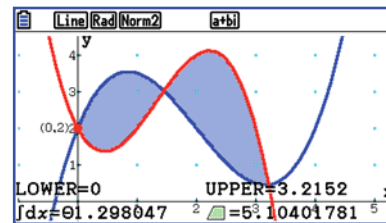
Vi går til g-solve og velger integral:



Vi velger INTSECT og velger nedre grense (lower limit) som foreslås



Og øvre grense



Og får at Integralet $\int_0^{3.2152} (Y1 - Y2) dx = 1,298$ og det søkte arealet = 5,104

Noe for alle som er interessert i matematikkens historie. Av Bjørn Bjørneng

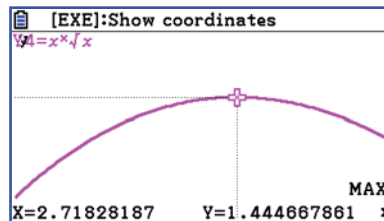
Vi har gitt en funksjon $y = \sqrt{x}$ Tegn grafen til funksjonen og bestem grafens ekstremalpunkt.

Vi lager en tabell og ser at vi får maksimalverdi når x er mellom 2,6 og 2,8

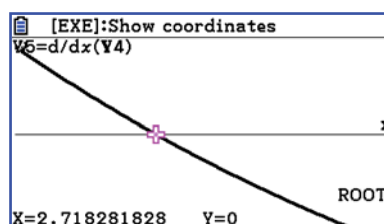
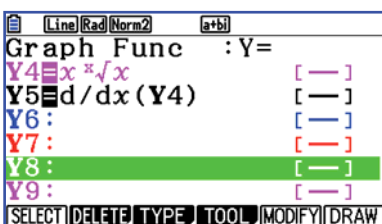
Vi lager en graf hvor x varierer mellom 2,5 og 2,815 og y mellom 1,444 og 1,4449

X	Y4
2.6	1.4441
2.7	1.4446
2.8	1.4444
2.9	1.4436

2.6



Vi fortsetter og lager grafen til den deriverte og lar y variere mellom -0.01 og 0.01 og finner x-verdien som gjør at den deriverte blir null. (her er det en skarpere skjæring)

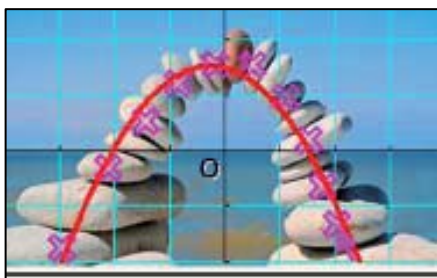


Dette bør være en utforskende oppgave for elevene. De vil finne at den deriverte er 0 for x lik eulers tall e som er grunntallet for den naturlige logaritmen. Det som er imponerende i denne sammenhengen er at dette visste matematikere for over 300 år siden. De hadde ingen grafisk kalkulator til rådighet.

Opplæringshefte for CASIO fx-CG20

Av: Tor Andersen – Matematikksenteret/NTNU

Endelig har den avanserte lommeregneren Casio fx-CG20 ankommet vårt land. Med sin høyoppløselige LCD-skjerm og sylskarpe bilder i farger, representerer denne teknologiske nyvinningen et fantastisk framskritt. Nå kan vi glede oss til en fargerik skolestart. "Picture Plot" vil nok bli en slager blant elevene. Eller blir det animasjonene som slår best an?



På Casio fx-CG20 kan vi plote punkter direkte på bilder fra en virkelig verden, og dermed skape forståelse for tilblivelsen av matematiske modeller.

I det rykende ferske opplæringsheftet for Casio fx-CG20 får vi vite hvordan vi skal gå fram for å hente det beste ut av Casio sitt flaggskip blant grafiske lommeregnere.

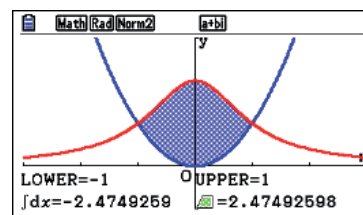
Heftet tar utgangspunkt i læreplanene i matematikk for videregående skole. Opplæringen foregår gjennom eksempler og oppgaver hentet fra fellesfag og programfag i matematikk.

På denne måten kan opplæringsheftet fungere som et nyttig verktøy når vi skal repetere viktig stoff før en prøve eller eksamen.



Opplæringsheftet kan brukes til flere CASIO lommeregnermodeller. Men tastetrykkene som er beskrevet og skjermbildene som blir vist, er hentet fra CASIO fx-CG20. Ofte er det bare små justeringer som skal til før framgangsmåtene passer til andre tilsvarende modeller.

På Casio fx-CG20 er det en sann fryd å finne arealet av områder mellom grafer.



Det blir helt sikkert langt enklere å holde rede på parentesene i svære uttrykk.

Lykke til med nytt skoleår og fargerike matematikktimer med Casio fx-CG20.

$$\int_{-1}^1 \frac{e^{2x}}{\left(\left(x^2+2\right)\frac{x}{2}\right)^5} dx$$

Send oss gjerne noen ord dersom du ser behov for forbedringer i opplæringsheftet.

Kurspakker !

Vi tar imot utfordringer.....

Casio Scandinavia AS
Hillerenveien 82
5174 Mathopen

Tlf. +47 55197990
Fax. +47 55197991
Mob. +47 99212396
Email:
kjell.skajaa@casio.no



Casio Scandinavia AS
Heliosgatan 26
SE-120 30 Stockholm

Tel. +46-08-442 70 20
Fax. +46-08-442 70 30
Mobile +46-0768-301155
E-mail:
ake.sandler@casio.se



Povl Klitgaard & Co Aps
Lauretsvej 21
Dk - 2880 Bagsværd
Danmark

Telefon: 4444 0885
Fax : 4449 0185

E-mail:
service@p-klitgaard.dk



CASIO
Casio Scandinavia AS

Casionytt blir utgitt av :

Casio Scandinavia AS

Hillerenveien 82
5174 Mathopen

Tlf. +47 55197990 -
fax +4755197991

I redaksjonen:

Kjell Skajaa
Tor Andersen
Bjørn L. Bjørneng

kjell.skajaa@casio.no
tora1@online.no
bjorneng@online.no