CASIO nytt
NR. 2 - 2007
13. årgang

Arena for skandinaviske realfaglærere

Casio og Etnomatematikk

Et flerkulturelt perspektiv innen matematikkfaget av cand. scient Ole H. Johansen

Jeg underviser til daglig på den flerkulturelle 8-10 skolen Hersleb i Oslo med 95 % minoritetselever. Det har for meg vært en interessant utfordring i hvordan jeg skal innlede de forskjellige emnene i faget matematikk fordi mine elever har en så forskjellig etnisk bakgrunn. Etnomatematikken har her av og til vært en redning for min del.

Side 2

MATEMATIKK OG SJUKAMP

Av: Tor Andersen - Matematikksenteret

Sjukamp er en øvelse i fridrett for kvinner. Hvem har vel ikke hørt om den svenske yndlingen Carolina Klüft. Det internasjonale fridrettsforbundet har bestemt at poengene i sjukamp skal regnes ut ved hjelp av to matematiske formler.

Side 3

NYTTIG MEN KANSKJE UKJENT KOMMANDO.

Av: Bjørn Bjørneng - Dokka videregående skole

For noen år siden undersøkte vi hvordan elever og lærere utnyttet mulighetene på en programmerbar/grafisk kalkulator. Resultatet overrasket meg. Se Casionytt nr 1 fra 1998.
Jeg tror det kan være nyttig å gjenta en slik undersøkelse for CFX-9850 modellen som fortsatt er den mest brukte casio-kalkulatoren i nordisk matematikkundervisning.

Side 9

Ligninger

Af: Finn Derno, Frederiksberg Voksenuddannelsescenter VUF

Når man omsætter et konkret problem til en matematisk model indgår der ofte en eller flere ligninger af varierende type.
Det er derfor ikke forbavsende at det at kunne løse ligninger indgår med betydelig vægt i uddannelsen af børn og unge.

Side 5

Casio og Etnomatematikk

Et flerkulturelt perspektiv innen matematikkfaget av cand. scient Ole H. Johansen

Etnomatematikk er et begrep som har en vid definisjon og blir definert ulikt av forskjellige forfattere, enten man beveger seg innen formell matematikk, matematikkutdanning, praktisert matematikk i samfunnet eller i et grenseland mellom disse områdene. Jeg vil her kort nevne en definisjon av begrepet av den betydelige forfatteren *Ubiratan D'Ambrosio* fra Brasil.

> *Etnomatematikk er matematikk som blir praktisert blant kulturelle grupper. Dens identitet er avhengig av visse koder og språkbruk som ikke hører inn under den akademiske matematikken.*

Etnomatematikk er et interessant verktøy fordi matematikk blir satt inn i en (ofte) enkel kontekst der mange elever kan få en motivasjon ut fra deres kulturelle bakgrunn, eller at de er nysgjerrige på andre elevers kulturelle bakgrunn. Jeg prøver å legge opp til oppgaver der diskusjonen har stor verdi s.a. elevene kan styrke sin tallforståelse i samspill med andre:

Sannsynlighetsregning (Gerdes, 1996 s.110).
Cowry shells: Dette er et tradisjonelt Vestafrikansk spill som utøves av 2 spillere. Man kaster 4 skjell etter tur og får gevinst etter hvordan skjellene lander, enten opp eller ned. Spilleren får poeng etter følgende tabell:

1 poeng	**0 poeng**
4 skjell lander opp	3 skjell lander opp og 1 lander ned
4 skjell lander ned	1 skjell lander opp og 3 lander ned
2 skjell lander opp og 2 lander ned	

Forskere fra *Mathematical Research Institute of Abidjan* har eksperimentelt funnet ut at sannsynligheten for at et skjell skal lande *opp* = 2/5 og *ned* = 3/5. Det ble derfor vist at spillerne har valgt reglene for spillet på en slik måte at sannsynligheten for gevinst (50,08%) er omtrent det samme som for tap (49,92%). Det ble konkludert med at spillerne hadde greid å velge et smart og rettferdig beregningssystem for gevinst/tap uten å ha direkte kunnskap om sannsynlighetsregning (Doumbia and Phil, 1992).

Forslag til aktivitet:
Utstyr: 4 kongruente usymmetriske knapper eller tegnestifter per gruppe elever.
Utfordring: Innleder med å fortelle om Cowry spillet som blir praktisert i Vestafrika, uten å fortelle om reglene for gevinst og tap. Elevene kan nå i små grupper utarbeide regler for 2 deltagere (der man kaster 4 "brikker" etter tur), på en slik måte at det blir en rettferdig poengfordeling mellom gevinst og tap. Utfordringen er å finne sannsynligheten for at en "brikke" skal lande opp eller ned, samt finne kastkombinasjonene og sannsynlighetene for disse. Dette er et spill som kombinerer diskusjonen for å bygge begrepene, og også muligheten til å bruke kalkulatoren som et praktisk hjelpemiddel under utregningene.

Referanser

Doumbia, S. & Phil, J. (1992). *Les Jeux de Cauris.* IRMA, Abidjan.

Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and Mathematics Education. In *Ethnomathematics – Master Phil. In Comparative and International Education* Det utdanningsvitenskapelige fakultet, UIO, 2000. Oslo, UNIPUB.

MATEMATIKK OG SJUKAMP

Av: Tor Andersen - Matematikksenteret

Det internasjonale fridrettsforbundet har bestemt at poengene i sjukamp skal regnes ut ved hjelp av to matematiske formler.
For løp (200 m, 800 m og 100 m hekk) er formelen:

$$poeng = a \cdot (b - x)^c$$

For kast og hopp (kulestøt, spydkast, høyde og lengde) er formelen:

$$poeng = a \cdot (x - b)^c$$

der *x* er resultatet i en øvelse. Løping er målt i sekunder, hopp i centimeter og kast i meter. Konstantene *a*, *b* og *c* har verdier som vist i tabellen nedenfor.

Øvelse	Konstanter		
	a	*b*	*c*
200 m	4,99087	42,5	1,81
800 m	0,11193	254	1,88
100 m hekk	9,23076	26,7	1,835
Høyde	1,84523	75	1,348
Lengde	0,188807	210	1,41
Kulestøt	56,0211	1,5	1,05
Spydkast	15,9803	3,8	1,04

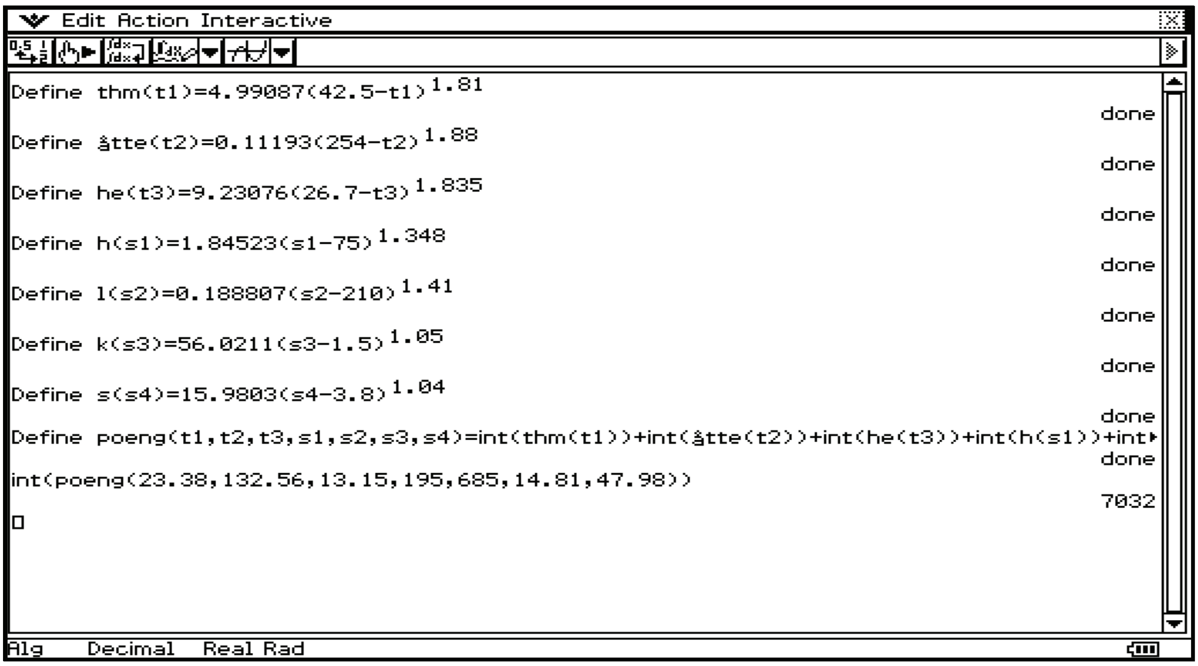
Vi kan jo undres over hvordan konstantene i tabellen en gang i tiden ble bestemt. Ligger det knallharde diskusjoner bak den femte desimalen i *a* for 100 meter hekk? Bestemmelsene av konstantene er sikkert verd en studie i seg selv. Vel, vel – vi matematikklærere har i alle fall en gylden anledning til å ta i bruk digitalt verktøy for å hjelpe sekretariatet med å beregne poengsummer i sjukamp.

Carolina Klüft er innehaver av europarekorden på <u>7032</u> poeng som hun oppnådde under verdensmesterskapet i fridrett i Osaka/Japan i år.

Øvelse	200 m	800 m	100 m hekk	Høyde	Lengde	Kulestøt	Spydkast
Resultat	23,38	2,12,56	13,15	1,95	6,85	14,81	47,98

Her er Klüfts sjukamp i Osaka gren for gren.

På ClassPad kan vi beregne Carolinas fantastiske rekord ved først å definere sju funksjoner for poengsummen for hver av grenene. Deretter definerer vi en poengsumfunksjon med sju variable, nemlig tider og lengder i øvelsene. Da er jobben gjort på forhånd. I sekretariatet kan vi lene oss bakover og legge inn Carolinas enkeltresultater etter hvert som disse strømmer på.



Ida Marcussen

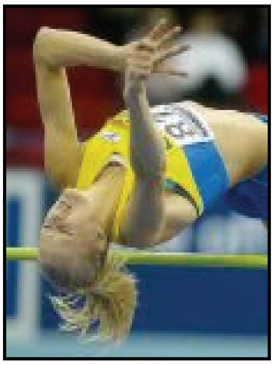
Kan det norske håpet Ida Marcussen ta opp kampen med Carolina? Både for henne og Carolina er det stykke opp til verdensrekorden til Jackie Joyner-Kersee fra USA med 7291 poeng fra 1988. Vi aner med en gang at vi kan lage interessante matematikkoppgaver med utgangspunkt i formelapparatet og prestasjoner i sjukamp.

Carolina har (7291-7032) poeng = 259 poeng å ta igjen på Joyner-Kersee. Hvor høyt må Carolina hoppe for å ta igjen forspranget i ett jafs?
Vi ser av formelen for høydehopp at en utøver som makter å hoppe 75 cm, får null poeng i denne øvelsen.

$h(s1)=1.84523(s1-75)^{1.348}$ som gir at $h(75)=0$

Ved å legge 75 cm inn i poengsumfunksjonen til Carolina, finner vi hennes poengsum uten denne øvelsen.

```
int(poeng(23.38,132.56,13.15,75,685,14.81,47.98))=5861
```



Vi kan selvfølgelig også finne denne poengsummen ved å luke ut i poengsumfunksjonen. Carolina trenger altså (7291-5861) poeng = 1430 poeng i høyde.
Vi får:

```
solve(h(s1)=1430,s1)
                {s1=214.1191425}
```

Selv for Carolina kan vel 2,14 meter bli i meste laget. Men det finnes vel andre muligheter til å forbedre poengsummen? Hva med å forbedre resultatet i lengde?

Hermed er utfordringen gitt. Lag oppgaver som noen elever kan løse for hånd og som andre elever kan bruke digitalt verktøy til å løse. Problemstillingene og svarene vil sikkert skape fruktbare diskusjoner.
Så kan guttene prøve seg på ti-kamp. Lykke til.

Ligninger

Af: Finn Derno, Frederiksberg Voksenuddannelsescenter VUF

Når man omsætter et konkret problem til en matematisk model indgår der ofte en eller flere ligninger af varierende type.
Det er derfor ikke forbavsende at det at kunne løse ligninger indgår med betydelig vægt i uddannelsen af børn og unge.

Ud fra et matematisk synspunkt betyder det at løse en ligning, at man bestemmer samtlige løsninger til ligningen – og det er altid ikke lige let, for hvornår kan man være sikker på, at man har fået fat i dem alle.
I de tilfælde, hvor det ved analytisk metode er muligt at regne sig frem til løsningerne er man sikker. Men det er som bekendt ikke alle ligninger der kan løses på den måde.

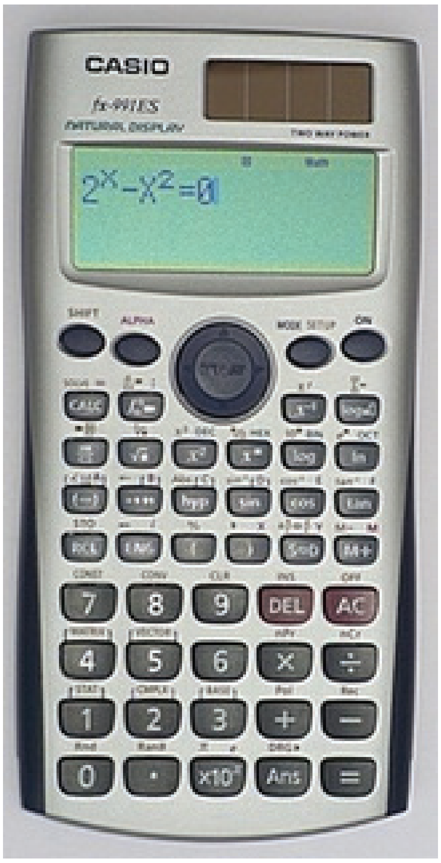
I dag findes der programmer til lommeregner, grafregner og computer, som ved forskellige metoder – ofte uigennemskuelige for ”almindelige mennesker” – kan bestemme løsninger – men som vi skal se i det følgende er det ikke altid, man får samtlige løsninger.

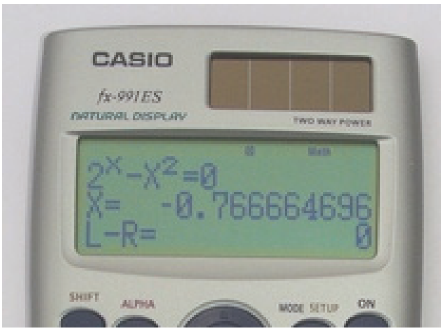
I denne artikel benyttes Casio lommeregner ***FX-991 ES*** og Casio grafregner ***ClassPad 300 Plus.***

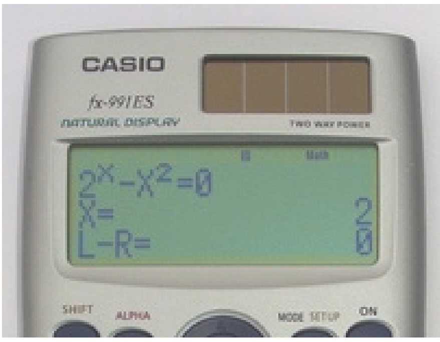
Lommeregneren ***FX-991 ES*** en meget kraftig lommeregner, der på trods af alle de mange funktioner den har er overskuelig og betjeningsvenlig. Den er blandt andet forsynet med et program til ligningsløsning – en såkaldt ”solver”.
Man indtaster blot ligningen og taster <shift> <solve>. Man skal nu indtaste et ”gæt” – men hvis man er tilfreds med det som maskinen selv forslår kan man blot taste <”=”> .

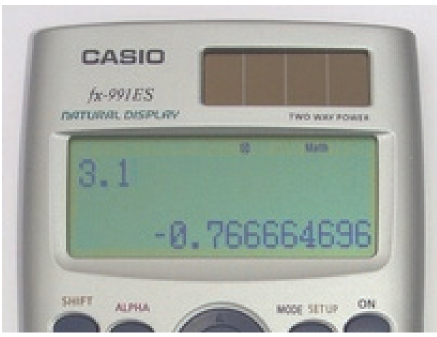
Det følgende eksempel illustrere problemerne:

Man vil umiddelbart forvente, at det indledende ”gæt” vil føre til den løsning der ligger tættes på – men det kan man ikke være sikker på. Hvis man starter med et gæt på -1 fås løsningen x = -0.766664696 . Forsøges med et gæt på 1 fås løsningen x = 2 .



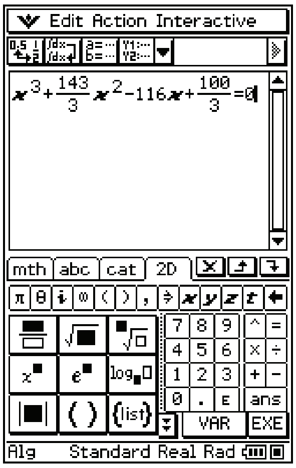




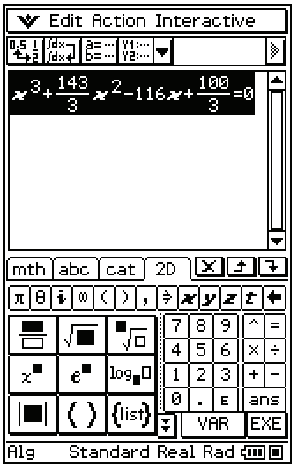


Prøver man med et gæt på 3 fås igen en løsning på x = 2 . Men så kommer det mærkelige – et gæt på 3.1 giver igen løsningen x = -0.766664696 . Først ved et gæt på 3.3 fås ligningens sidste løsning x = 4. Man kan altså ikke gå ud fra at man får fat i den løsning der ligger tættest på det gæt man kommer med.
Dett er nemt at indtaste en ligning – og i de fleste tilfælde får man uden problemer alle ligningens løsninger. Den valgte ligning er faktisk også besværlig – jeg har ikke selv adgang til programmer, der uden videre løser den.

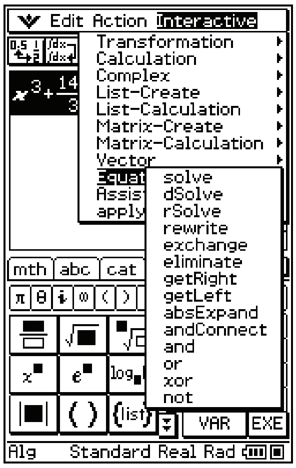
Har man adgang til en Classpad 300 har men umiddelbart flere muligheder for at analysere en ligning med henblik på at finde alle dens løsninger.
Vi ser først på hvordan man lettest løser ligninger på en ClassPad:



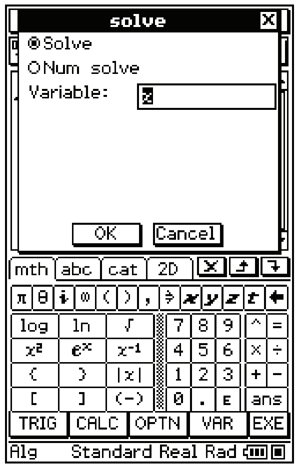
Indtast ligningen.



Afmærk den ved at køre pennen over den.

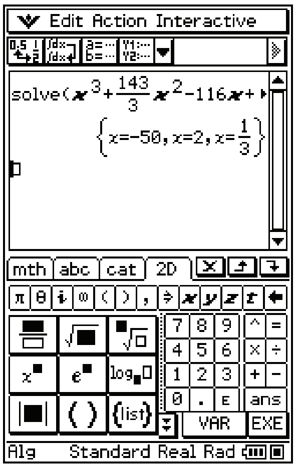


Vælg Interaktiv, ligninger og solve.

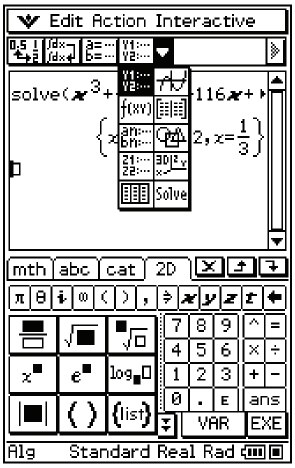


Hvis x er variabel tast OK. Man kan også have flere bogstaver i en ligning – og så skal man bestemme hvilket der skal betragtes som den variable.

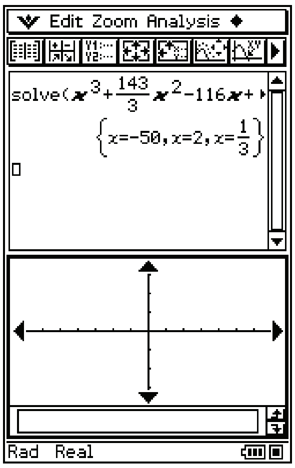
Hvordan finde løsningerne grafisk:



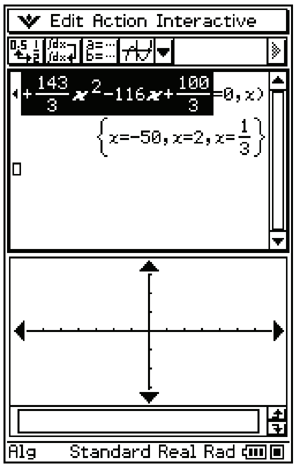
Man får løsningerne. Ved at afmærke disse og klikke på brøkdecimal -ikonet på menubjælken fås løsningerne som decimaltal.



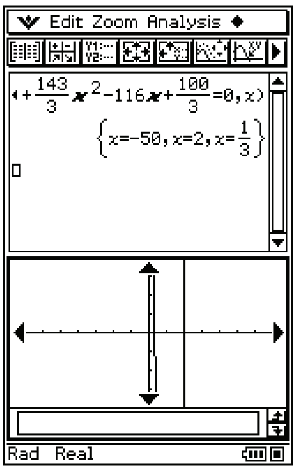
Åben et grafvindue ved at klikke på grafikonet



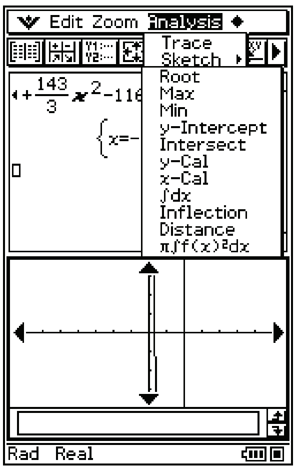
Grafvinduet ses



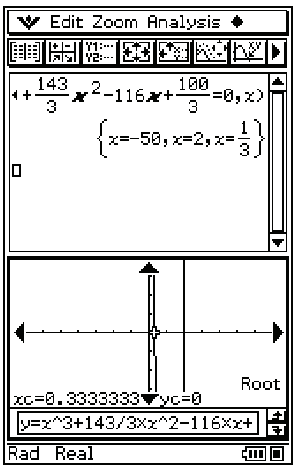
Afmærk venstre side af ligningen, tagfat i den med pennen og træk den ned i grafvinduet



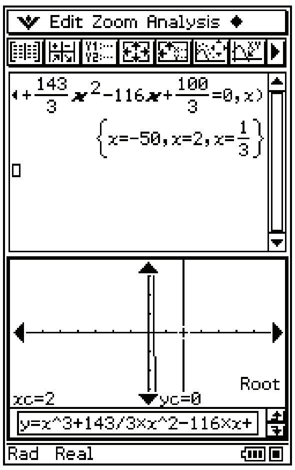
Her kan to af løsningerne ses Hvis man vil have alle med må man ændre skaleringen.



Vælg Analysis, G-solve og Root



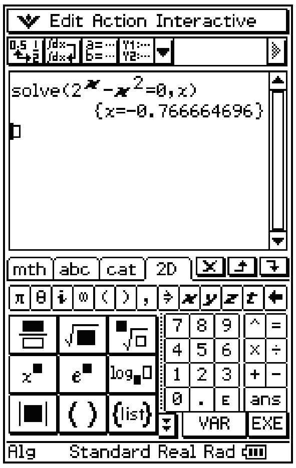
Nu kan den første løsning aflæses



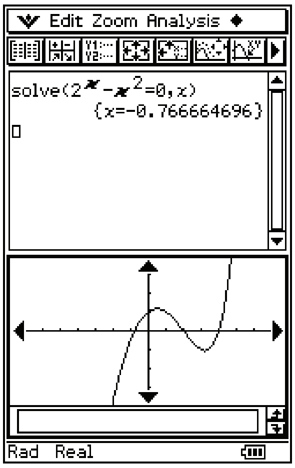
Tast på højre piletast – så kan den næste løsning aflæses.

Bemærk, at ved brug af G-solv får man kun mulighed for at bestemme de løsninger der kan ses med den valget skalering. Det er til gengæld nemt:
Vælg skaleringsikonet på menubjælken og ret skaleringen på akserne.
Man kan også prøve at zoome ud.

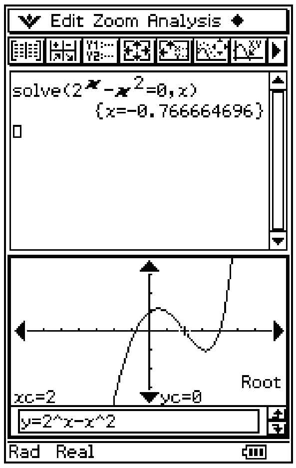
Vi skal nu se hvordan det går med den "besværlige" ligning fra tidligere:



Når man løser ligningen får man kun den ene løsning.



Når man ser på grafen kan man ikke se at det skulle være et problem.



Med G-solve går det fint med at finde løsningerne – her er vist x = 2.

Jeg er endnu ikke støt på ligninger, der ikke kan løses ved hjælp af G-solve på en ClassPad 300. Men det er en ulempe, at man kun får fat i de løsninger, der findes på skærmen med den givne skalering. De vil sige, af man må arbejde lidt med skaleringen og i øvrigt bruge sin matematiske viden.
På den anden side er det vel sjældent, at man i praksis har at gøre med en "besværlig" ligning, der ikke kan løses med den solver, der er indbygget i en ClassPad 300 – og i almindelighed får man her de exakte løsninger.

I næste nummer af Casio-nyt vil jeg se på, hvilke andre muligheder, man har for at analysere og finde løsninger til ligninger ved hjælp af en ClassPad 300.

I forrige nummer inviterte vi våre skandinaviske lesere til å sende inn:
Bevis for Cardanos formel.

Det ble trukket ut en vinner som presenterer sin løning under.
Vinneren mottar som fortalt i forrige nummer et Casio digitalkamera.
Redaksjonen gratulerer.....

Girolamo Cardano

1501-1576

Cardanos formel sier at $f(x)=0$ når

$$x=\sqrt[3]{-\frac{d}{2}+\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2+\left(\frac{c}{3}\right)^3}}-\sqrt[3]{\frac{d}{2}+\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2+\left(\frac{c}{3}\right)^3}}$$

Bevis for Cardano's formel : $x^3+cx+d=0$ **(1)**

Anta at vi kan finne tall u og v slik at $a)\ u^3-v^3=d\ \ og\ \ b)\ uv=\frac{c}{3}$ **(2)**

En løsning til likning (1) er da gitt ved $x=v-u$

som kan sjekkes ved å sette inn denne verdien for x i (1) $(v-u)^3+3uv(v-u)+(u^3-v^3)=0$

Likning (2b) kan løses for v, som gir $v=\frac{c}{3u}$

Ved innsetting i likning (2a) får vi $u^3-\frac{c^3}{27u^3}=d$

Ved å flytte d til den andre siden og multiplisere med $27u^3$ får vi $27u^6-27du^3-c^3=0$ $\quad (u^3)^2-du^3-\frac{c^3}{27}=0$

Dette kan sees på som en andregradslikning for u^3. Hvis vi løser denne likningen, finner vi at $u^3=\frac{d}{2}\pm\sqrt{\frac{d^2}{4}+\frac{c^3}{27}}$ $\quad u=\sqrt[3]{\frac{d}{2}\pm\sqrt{\frac{d^2}{4}+\frac{c^3}{27}}}$ $\quad u=\sqrt[3]{\frac{d}{2}\pm\sqrt{(\frac{d}{2})^2+(\frac{c}{3})^3}}$

Ved å bruke (2a) $v^3=u^3-d$

som gir $v=\sqrt[3]{u^3-d}$

kan vi sette inn for u^3 og får $v=\sqrt[3]{\frac{d}{2}\pm\sqrt{\frac{d^2}{4}+\frac{c^3}{27}}-d}$ $\quad v=\sqrt[3]{-\frac{d}{2}\pm\sqrt{\frac{d^2}{4}+\frac{c^3}{27}}}$

Q.E.D. Ole Johansen

NYTTIG MEN KANSKJE UKJENT KOMMANDO.

Av: Bjørn Bjørneng   Dokka Videregående skole

For noen år siden undersøkte vi hvordan elever og lærere utnyttet mulighetene på en programmerbar/grafisk kalkulator. Resultatet overrasket meg. Se Casionytt nr 1 fra 1998.
Jeg tror det kan være nyttig å gjenta en slik undersøkelse med FX-9860G modellen som kanskje er den mest brukte casio-kalkulatoren i nordisk matematikkundervisning.

BRUK AV VARIABLE.

VARS en nyttig kommando, her demonstrert ved noen eksempler.

Oppgave : 1

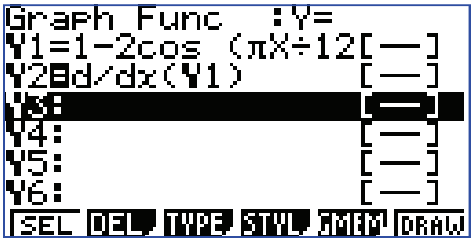
Temperaturen t gjennom et novemberdøgn i Oslo er gitt ved

$$t(x) = 1 - 2\cos\left(\frac{\pi}{12}x\right) - 3,5\sin\left(\frac{\pi}{12}x\right)$$

når x timer er tiden målt fra midnatt. $x \in [0, 24\rangle$

a.) Finn hvor raskt temperaturen forandrer seg kl 22.
b.) Finn når temperaturen er høyest og hvor høy den er da.
c.) Finn når temperaturen er 0
d.) Finn når temperaturen øker raskest og hvor mye den øker da.

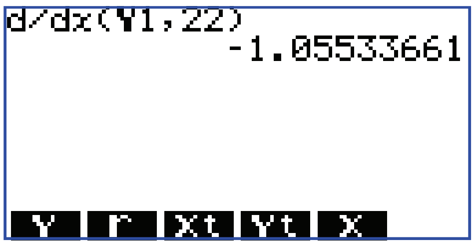
Løsning:
Vi velger meny GRAPH. og velger y1 = t(x)



V.WIN gir innstillingene til vinduet
FACT gir ZOOM faktor.
STAT gir resultatene fra statistikk
GRPH gir grafer
DYNA gir innstillingene til dynamisk graf

Med dette oppsettet har vi mange muligheter men først litt om **VARS**

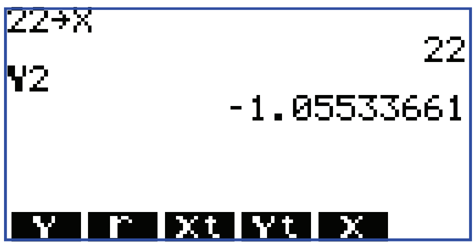
Vi skal arbeide mest med **GRPH.**



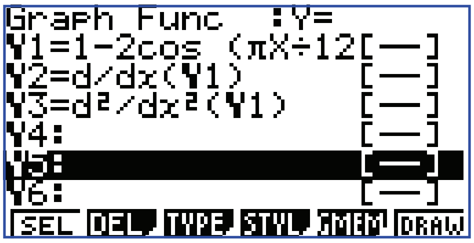
Y gir vanlige grafer y=f(x)
Y1, y2 osv.
r grafer i polare koordinater
Xt og **Yt** grafer på parameterform og **X** gir graf av typen X = (loddrett graf)

Det enkleste svaret på **oppgave a)**

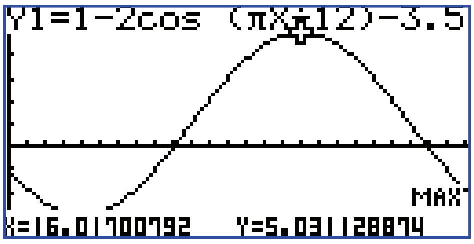
Eventuelt :

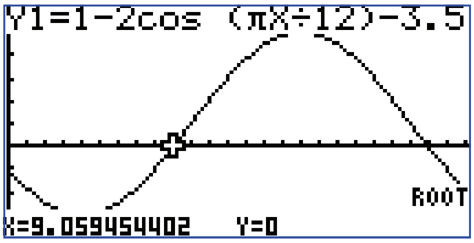


Oppgave b) og c)

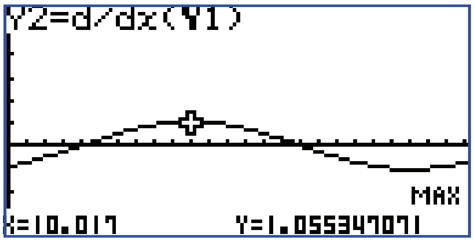


Løses ved å benytte g-solve på grafen til Y1



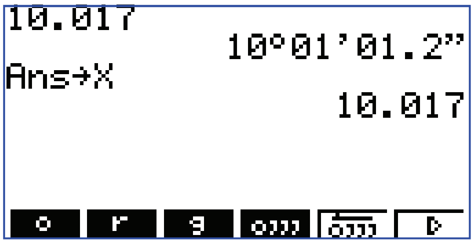


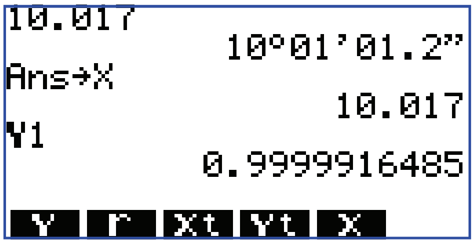
Oppgave d) løses ved g- solve på Y2



Temperaturen kl 10.017 er gitt ved Y1

Tiden i timer og minutter finner vi ved valget ANGL og F5.





Oppgave 2:

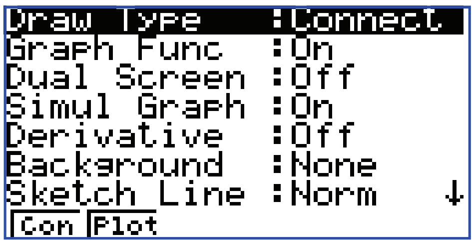
Xt1 osv finner vi ved VARS og GRPH.

Båt A har en posisjon gitt ved
Xt1 = 2t og Yt1 = 0.5 t
Xt og Yt måles i mil og t i timer.

Båt B har en posisjon gitt ved
Xt2 = 2+1,5t og Yt2 = 10- t

Bestem posisjonen til båtene og tiden t når avstanden mellom båtene er minst.

Vi lager tre grafer i parametermode.



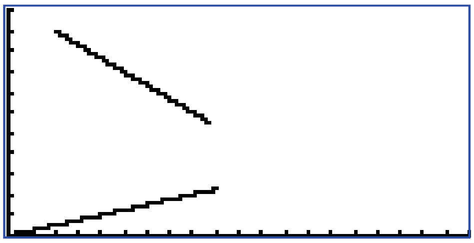
I tillegg til grafene for A og B lager vi en graf som viser avstanden mellom båtene.
Xt3 = Xt1

$$yt_3 = \sqrt{\left((xt_2 - xt_1)^2 + (yt_2 - yt_1)^2\right)}$$

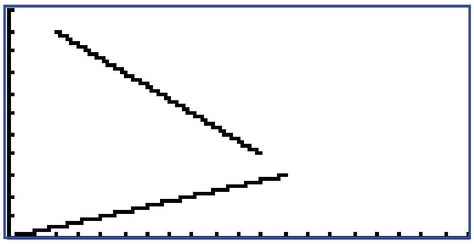
Vi stiller inn på simultan graf

Still inn vindu slik at x varierer mellom 0 og 20, y mellom 0 og 11 og tiden T mellom 0 og 10. Pitch for T settes til 0.1 for handholdt kalkulator og 0.001 for emulatoren.

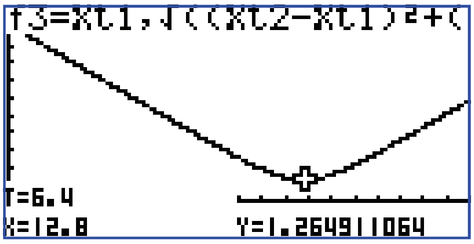
Når vi nå starter grafvisning for båtene ser vi de beveger seg samtidig.



Vi stanser ved T = 4.5
Vil de kollidere?   Vi fortsetter:
Det gikk bra !
Etter 6 s ser grafen slik ut:



For å bestemme minste avstand ser vi på graf 3 .



For T = 6.4 timer = 6 timer 24 minutter er den minste avstanden 1,265 mil

For å bestemme posisjonen til A og B går vi til RUN MAT:

Båt A har posisjonen (12.8 , 3.2)

Båt B har posisjonen (11.6 , 3.6)

Håper at disse eksemplene viser hvor enkelt vi kan løse mange oppgaver ved hjelp av kommandoen VARS. Lykke til.

Se også artikkel om planetbaner i CASIONYTT   nr 1   1999.

Besøk våre internettsider :
www.casio.no
www.casio.se
www.casio.dk

http://www.casio-europe.com/no/sc/graphic/

Returadresse:

TILBUD:

For gode lærertilbud ta kontakt med den nasjonale importør :

Casio Scandinavia AS
Liavegen 1
5132 Nyborg
Norge

Tlf. +47 55197990
Fax. +47 55197991
Mob. +47 99212396
Email:
kjell.skajaa@casio.no

Sense Försäljning AB
Traversvägen 2
SE-136 50 HANINGE/
STOCKHOLM,
Sweden

Tel +46 (0)8 504 103 23
Fax +46 (0)8 500 222 25
Mobile +46 (0)709 15 24 83
E-mail:
ake.s@sense-ab.se

Povl Klitgaard & Co Aps
Laurentsvej 21
Dk - 2880 Bagsværd
Danmark

Telefon: 4444 0885
Fax : 4449 0185

E-mail:
service@p-klitgaard.dk

Kurspakker ! **Vi tar imot utfordringer.....**

Casiosider på internett :

http://www.casio.no	Norsk hjemmeside med direkte forbindelse til Casio
http://www.sense-ab.se	Svensk importørs hjemmeside
www.casioed.net.au/	Ny Australsk hjemmeside
http://edu.casio.com/	Ny internasjonal utdannigsside
http://classpad.net	Spesialside for Classpad brukere

Casio Scandinavia AS

ISSN:1890-3339

Casionytt blir utgitt av :

Casio Scandinavia AS

Pb.54 Nyborg - 5871 Bergen

Tlf. +47 55197990 - fax +4755197991

I redaksjonen:

Kjell Skajaa kjell.skajaa@casio.no
Tor Andersen tora1@online.no
Bjørn L. Bjørneng bjorneng@online.no